

Exercice 1

On considère deux droites (d) et (d') parallèles et un point O dans le demi-plan ouvert de frontière (d) ne contenant pas (d'). A tout point M de (d), on construit les points N et P tels que :

le point N est le point d'intersection de (d') et (OM);

le triangle ONP est un triangle rectangle en N, de sens direct tel que $NP = OM$.

Déterminer le lieu du point P lorsque M décrit la droite (d).

Exercice 2

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\bar{z}$.

a) Exprimer $(f \circ f)(z)$ en fonction de z .

b) Montrer que $f = r \circ s$, où r est une rotation et s une symétrie axiale. Déterminer les éléments caractéristiques de la rotation r et de la symétrie axiale s .

c) Décomposer r à l'aide de deux symétries axiales et en déduire que f est une réflexion, dont on donnera l'axe (d).

2. On considère l'application g qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\bar{z} - \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

a) Déterminer une équation de l'ensemble des points invariants par g .

b) Montrer que $g = t \circ f$, où t est une translation dont on précisera l'affixe du vecteur.

c) Décomposer la translation t à l'aide de deux symétries axiales et en déduire que g est une réflexion d'axe noté (d').

d) Quelle est l'image par g du point A d'affixe $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

e) En déduire une construction de la droite (d'), qui n'utilise pas son équation, et l'illustrer en complétant la figure.