

EXERCICE 1

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ .

1. Déterminer les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.
2. Etudier les variations de  $f$ .
3. a) Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $C$  représentative de la fonction  $f$  au point  $A$  d'abscisse  $a$  différent de  $-1$ .  
b) Déterminer l'abscisse du point  $B$  intersection de  $T$  et de l'axe des abscisses.  
c) Soit  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur l'axe des abscisses.  
Déterminer l'aire du triangle  $AHB$ .  
Cette aire dépend-elle de  $a$  ?

EXERCICE 2

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ .

1. Déterminer les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.
2. Etudier les variations de  $f$ .
3. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
4. Montrer que la droite  $(d)$  d'équation  $y = -2x$  est asymptote oblique à la courbe  $C$ .
5. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $C$  représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse  $0$ .
6. a) Trouver tous les polynômes du second degré dont la courbe représentative admet la droite  $T$  comme tangente au point d'abscisse  $0$ .  
b) Parmi ces polynômes, en existe-t-il un qui passe par le point  $A$  de coordonnées  $(2; 1)$  ? Justifier la réponse.
7. Représenter graphiquement à l'aide de Geogebra, la courbe  $C$ , la tangente  $T$ , la droite  $(d)$ , le polynôme (s'il existe de la question 6. b).