

**Exercice 1**

1. Soit  $N$  un entier naturel et  $S$  la somme des chiffres de  $N$ .

Montrer que  $N$  est divisible par 9 si et seulement si  $S$  est divisible par 9.

2. On considère le nombre  $A = 2009^{2009}$ .

On désigne par  $B$  la somme des chiffres de  $A$ ,  $C$  la somme des chiffres de  $B$  et  $D$  la somme des chiffres de  $C$ .

a) Montrer que  $A \equiv D \pmod{9}$ .

b) Montrer que  $A$  a au plus 8036 chiffres. En déduire que  $B \leq 72324$ .

c) Montrer que  $C \leq 45$ .

d) Montrer que  $D \leq 12$ .

e) En déduire la valeur de  $D$ , puis celle de  $C$ .

**Exercice 2**

1. Déterminer, suivant les valeurs de l'entier naturel  $n$ , le reste de la division euclidienne de  $6^n$  par 7.

2. En déduire que le nombre  $2008^{2009} + 1$  est divisible par 7.

**Exercice 3**

1. A l'aide d'un tableur, résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $10x + 15y + 6z = 113$ .

2. En utilisant des congruences judicieusement choisies, résoudre cette équation.