

Exercice 1 (2 points)

Soient a et b deux entiers relatifs. Le reste de la division euclidienne de a par 73 est 48 et le reste de la division euclidienne de b par 73 est 57. Quel est le reste de la division euclidienne de $a + b$ par 73 ?

Exercice 2 (2 points)

Le 9 octobre 2008 est un jeudi. Quel jour de la semaine sera le 9 octobre 2021 ?

Exercice 3 (6 points)

1. Déterminer l'ensemble des diviseurs de 30.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n , le nombre $n(n^4 - 1)$ est divisible par 30.

Indication : si a est divisible par plusieurs nombres premiers distincts, alors a est divisible par le produit de ces nombres premiers.

Exercice 4 (4 points)

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse. (Pour une proposition fausse, la justification peut être un contre-exemple).

- a) Le produit de deux entiers naturels pairs est pair;
- b) Le produit de deux entiers naturels impairs est impair;
- c) La somme de deux entiers naturels impairs est impair;
- d) Tout entier naturel impair peut s'écrire comme somme de deux carrés.

Exercice 5 (6 points)

Pour tout entier naturel n , on pose $u_n = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$.

1. Calculer u_0 , u_1 , u_2 et vérifier qu'ils sont divisibles par 7.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n + 7 \times 3^{2n+1}$.
3. Montrer que, pour tout entier naturel n , u_n est divisible par 7. (On pourra utiliser un raisonnement par récurrence).