Exercice 1 **(6 points)**

1. On considère un nombre premier p strictement supérieur à 2.

a) Montrer que $p^2 + 7$ est divisible par 8.

b) La réciproque : « Si $p^2 + 7$ est divisible par 8 alors p est premier » est-elle vraie ? Justifier la réponse.

2. On considère un nombre premier p strictement supérieur à 3.

Montrer que $p^2 - 1$ est divisible par 24 (on pourra utiliser la question 1).

Exercice 2 **(6 points)**

On note E l'ensemble des nombres palindromes de quatre chiffres, c'est-à-dire les nombres n s'écrivant $\overline{abba} = a + 10b + 100b + 1000a$ (a et b sont des chiffres et a est non nul).

1. Décomposer 1001, 3113 et 2772 en produit de facteurs premiers.
2. Montrer que tout nombre n de E est divisible par 11.
3. Déterminer le nombre d'éléments de E divisibles par 5.
4. Trouver un nombre n de E qui a exactement deux diviseurs premiers.
5. Trouver un nombre n de E qui a exactement trois diviseurs premiers.

Exercice 3 : QCM **(8 points)**

Chacune des propositions peut avoir plusieurs bonnes réponses. Une bonne réponse vaut 1 point, une mauvaise réponse enlève un demi point et une absence de réponse vaut 0.

Propositions	**A**	**B**	**C**
1. Pour tout entier naturel n, le reste de la division euclidienne de $3^{n+6} - 3^n$ par 7 est égal à ...	0	1	2
2. Le nombre $3^n + 7$ est divisible par 11 si n = ...	$5k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$	$5k + 4$, $k \in \mathbb{Z}$	$5k$, $k \in \mathbb{Z}$
3. Soit la relation $a^2 - b^2 = p$ où a et b sont des entiers naturels. Alors p est premier si ...	$a = b + 1$	$a = b + 2$	$a > b + 1$
4. Pour n entier naturel, on pose $p = n^2 + 9n + 14$. Alors ...	p est premier pour une valeur de n	p est premier pour deux valeurs de n	p n'est jamais premier
5. Si un nombre premier p divise n, alors ...	p^2 divise n	p^2 divise n^2	p divise n^2
6. On sait que 15 divise l'entier naturel n, alors …	9 divise n^2	45 divise n^2	Si n est pair, 40 divise n^2