

## EXERCICE 1 (8 points)

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{4x^2+1}-2$  et  $C$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère du plan.

1. Montrer que l'ensemble de définition de la fonction  $f$  est  $D_f = \mathbb{R}$ .
2. Déterminer les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.
3. Étudier la parité de la fonction  $f$ .
4. Étudier les variations de  $f$ .
5. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
6. a) Montrer que la droite d'équation  $y = 2x - 2$  est asymptote oblique à  $C$ .  
b) En utilisant la question 3, déterminer une autre asymptote oblique à  $C$ .
7. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $C$  représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse 0.
8. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

## EXERCICE 2 (3 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$  par  $f(x) = \frac{2-\sqrt{x}}{x-1}$ .

Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

## EXERCICE 3 (6 points)

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4$ .

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. On pose  $v_n = u_n - 8$ .  
a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ . Préciser son premier terme.  
b) En déduire  $v_n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Étudier le sens de variations de la suite  $(u_n)$ .
4. Quelle est la limite de la suite  $(u_n)$  ?
5. Calculer la somme  $\sum_{k=0}^{k=10} v_k$ .

## EXERCICE 4 (3 points)

On considère la suite  $(w_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $w_n = \frac{15n+36}{2n+4}$ .

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(w_n)$ .
2. Étudier le sens de variations de la suite  $(w_n)$ .
3. Quelle est la limite de la suite  $(w_n)$  ?