DEVOIR MAISON N° 12 TERMINALE S 5

EXERCICE 1

Dans le plan, on considère le triangle ABC isocèle en A, de hauteur [AH] tel que AH = BC = 4.

1. En justifiant la construction, placer le point G barycentre du système de points pondérés {(A, 2) ; (B, 1) ; (C ; 1)}.

2. On désigne par M un point quelconque du plan.

a) Montrer que le vecteur $\vec{V} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ est un vecteur de norme 8.

b) Déterminer et construire l'ensemble E_1 des points M du plan tels que $\left\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\vec{V}\right\|$.

3. On considère le système de points pondérés {(A, 2) ; (B, n) ; (C ; n)} où n est un entier naturel.

a) Montrer que, pour tout n, le barycentre G_n de ce système de points existe. Placer G_0, G_1, G_2.

b) Montrer que le point G_n appartient au segment [AH].

c) Calculer la distance AG_n en fonction de n et déterminer la limite de AG_n lorsque n tend vers $+\infty$.

d) Soit E_n l'ensemble des points M du plan tels que $\left\|2\overrightarrow{MA} + n\overrightarrow{MB} + n\overrightarrow{MC}\right\| = n\left\|\vec{V}\right\|$. Montrer que E_n est un cercle qui passe par le point A. Préciser le centre et le rayon r_n de ce cercle.

e) Construire E_2.

EXERCICE 2

Soit le repère orthonormal direct (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) dans l'espace (unité graphique : 1 cm).

On considère les points A(0 ; 6 ; 0), B(0 ; 0 ; 8), C(4 ; 0 ; 8).

1. a) Démontrer que les droites (BC) et (BA) sont orthogonales.

b) Démontrer que les droites (OC) et (OA) sont orthogonales.

c) Démontrer que la droite (BC) est orthogonale au plan (OAB).

d) Déterminer le volume, en centimètre cube, du tétraèdre OABC .

e) Démontrer que les quatre points O, A, B et C se trouve sur une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.

2. A tout réel k de l'intervalle ouvert]0 ; 8[, est associé le point M(0 ; 0 ; k). Le plan (Π) qui contient le point M et qui est orthogonal à la droite (OB), rencontre les droites (OC), (AC), (AB) respectivement en N, P, Q.

a) Déterminer la nature du quadrilatère MNPQ.

b) La droite (PM) est-elle orthogonale à la droite (OB) ?

c) Pour quelle valeur de k, la droite (PM) est-elle orthogonale à la droite (AC) ?

d) Déterminer MP² en fonction de k . Pour quelle valeur de k, la distance PM est-elle minimale ?

CORRIGE DEVOIR MAISON N° 12 TERMINALE S 5