DEVOIR MAISON N° 7

EXERCICE 1 : On considère un triangle ABC tel que l'angle ($\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$) = α compris entre 0 et π. On construit extérieurement au triangle ABC, les carrés ACRS et BAMN ainsi que le parallélogramme MASD. Montrer que les droites (AD) et (CB) sont perpendiculaires et que AD = BC.

EXERCICE 2 : Une population est composée d'individus de génotypes AA, Aa et aa dans des proportions respectives p_0, q_0, r_0 . Un couple d'individus de cette population donne naissance à un individu dont le génotype est constitué d'un gène pris au hasard dans le génotype de chacun des parents. Etudier le génotype de la descendance (à la première génération) de tous les couples de parents possibles.
Les couples se forment au hasard. On appelle p_1, q_1, r_1 les proportions d'individus de génotypes AA, Aa, aa dans la première génération.

Vérifiez que $p_1 = (p_0 + \frac{1}{2}q_0)^2$ et $r_1 = (r_0 + \frac{1}{2}q_0)^2$.

Vérifiez que $p_1 - r_1 = p_0 - r_0 = \alpha$.

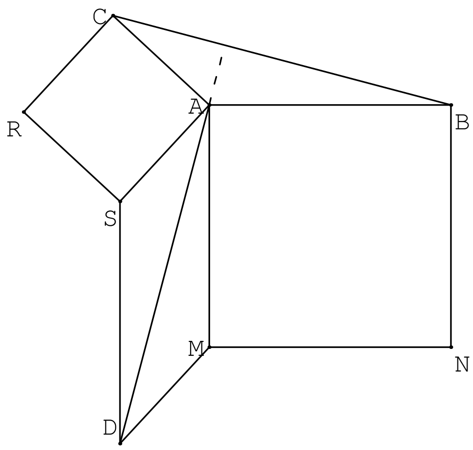
Calculez p_1, q_1, r_1 en fonction de α. Déduisez-en p_2, q_2, r_2. Concluez.

CORRIGE DEVOIR MAISON N° 7

EXERCICE 1 : On considère le repère orthonormé (A, $\vec{u},\vec{v}$) et les nombres complexes *b, c, d, m, n, r, s* affixes respectives des points B, C, D, M, N, R, S. On considère la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$; par les carrés ACRS et BAMN on a : B est l'image de M et S est l'image de C ; donc $b = e^{i\frac{\pi}{2}}m$ et $s = e^{i\frac{\pi}{2}}c$, et donc $b = im$ et $s = ic$.
Comme $b = im$, on obtient $m = -ib$. Comme MASD est un parallélogramme, on a $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AD}$ soit $m + s = d$, d'où $d = -ib + ic = i(c - b)$. Ainsi, $|d| = |c - b|$ et

Arg(d) = Arg($i(c - b)$) = Arg(i) + Arg(c - b) = $\frac{\pi}{2}$ + Arg(c - b). D'où

Arg(d) - Arg(c - b) = $\frac{\pi}{2}$ et $Arg(\frac{d}{c-b}) = Arg(\frac{a-d}{c-b}) = \frac{\pi}{2}$. Donc AD = BC et ($\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DA}$) = $\frac{\pi}{2}$ et les droites (AD) et (CB) sont perpendiculaires.



EXERCICE 2 :

mère \ père	A $(p_0 + \frac{1}{2}q_0)$	a $(r_0 + \frac{1}{2}q_0)$
A $(p_0 + \frac{1}{2}q_0)$	AA	Aa
a $(r_0 + \frac{1}{2}q_0)$	Aa	aa

On obtient bien que $p_1 = (p_0 + \frac{1}{2}q_0)^2$ et $r_1 = (r_0 + \frac{1}{2}q_0)^2$. On a $p_0 + q_0 + r_0 = 1$ donc $q_0 = 1 - p_0 - r_0 = 1 - 2p_0 + \alpha$.

Ainsi $p_1 = (p_0 + \frac{1}{2}(1 - 2p_0 + \alpha))^2 = \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2$,

$r_1 = (r_0 + \frac{1}{2}(1 - 2p_0 + \alpha))^2 = (r_0 + \frac{1}{2} - p_0 + \frac{\alpha}{2})^2 = (\frac{1}{2} - \alpha + \frac{\alpha}{2})^2 = \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^2$ et

$q_1 = 1 - p_1 - r_1 = 1 - \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2 - \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1-\alpha^2}{2}$. A la deuxième génération, on obtient $p_2 = (p_1 + \frac{1}{2}q_1)^2$ et $r_2 = (r_1 + \frac{1}{2}q_1)^2$ et comme $p_1 - r_1 = p_0 - r_0 = \alpha$, on a donc $p_2 = \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2$, $r_2 = \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^2$ et $q_2 = \frac{1-\alpha^2}{2}$; c'est-à-dire qu'il y a stabilité des génotypes à partir de la génération 1 (loi de Hardy-Weinberg).