DEVOIR SURVEILLE N° 4 **TERMINALE S 5** ***Vendredi 13 décembre 2002***

EXERCICE 1 (6 points)

Tous les résultats seront donnés à 10^{-3} *près.*

Trois machines fabriquent des ampoules halogènes dans les proportions suivantes : 50% pour la machine A, 30% pour la machine B, 20% pour la machine C.

L'usine procède à des tests pour déterminer la fiabilité des différentes machines. Les résultats montrent que la fiabilité des machines A, B, C est respectivement : 0,95 ; 0,90 ; 0,85.

Dire que la fiabilité de A est de 0,95 signifie que la probabilité qu'une ampoule fabriquée par A soit bonne est de 0,95.

On choisit une ampoule au hasard dans un lot fabriqué par l'usine. L'événement : « L'ampoule est bonne » est noté G.

a) Représenter la situation proposée à l'aide d'un arbre pondéré.

b) Déterminer la probabilité de l'événement : « L'ampoule est bonne et fabriquée par A ».

c) Montrer que la probabilité de l'événement : « L'ampoule est bonne » est égale à 0,915 .

d) On achète une ampoule, elle est bonne. Déterminer la probabilité qu'elle ait été fabriquée par A .

e) On achète deux ampoules. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'ampoules bonnes. Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer son espérance mathématique.

EXERCICE 2 (4 points)

Pour x et y réels, on pose : $z = x + iy$, $\overline{z} = x - iy$.

Déterminer les réels x et y tels que $z\overline{z} - 2z = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$; on note z_1 la solution de cette équation de partie réelle positive et z_2 l'autre. Déterminer les modules de z_1 et z_2 .

EXERCICE 3 (10 points)

1. Soit g la fonction définie sur]0 ; +∞[par $g(x) = x^3 - x - 2\ln(x) + 1$.

a) Montrer que la fonction g est dérivable sur]0 ; +∞[et que pour tout x de]0 ; +∞[, $g'(x) = \dfrac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$.

b) Etudier les variations de la fonction g puis déterminer le signe de $g(x)$.

2. On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞[par $f(x) = x + \dfrac{1}{x} + \dfrac{\ln(x)}{x^2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé .

a) Déterminer les limites de f en 0 et en +∞.

b) Montrer que pour tout x de]0 ; +∞[, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$, puis donner le tableau de variations de f .

c) Vérifier que la droite (d) d'équation $y = x$ est asymptote oblique à C_f .

3. On considère la fonction h définie sur]0 ; +∞[par $h(x) = x + \ln(x)$.

a) Etudier le sens de variations de h et montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α dans]0 ; +∞[.

b) Donner une valeur approchée de α à 0,1 près.

c) Utiliser les résultats de 3.a) pour déterminer les positions relatives de (d) et C_f .