DEVOIR SURVEILLE N° 5 **TERMINALE S 5** ***Lundi 27 janvier 2003***

EXERCICE 1 (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O ; $\vec{u},\vec{v}$) .On considère les points A et B d'affixes respectives $a=-2\sqrt{3}-2i$ et $b=-2\sqrt{3}+2i$.

a) Calculer les distances OA, OB et AB. En déduire la nature du triangle OAB.

b) On désigne par C l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Déterminer l'affixe c du point C.

c) On désigne par D l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport 2. Déterminer l'affixe d du point D.

d) Placer les points A, B, C, D sur une figure (unité graphique : 1 cm).

e) Préciser la nature du triangle BCD en la justifiant.

f) Soit E le symétrique de D par rapport à I, milieu de [BC]. Montrer que le point E est l'image de C dans la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

EXERCICE 2 (10 points)

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$ et C_f sa représentation graphique dans un repère (O ; $\vec{i},\vec{j}$) .

a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Préciser les asymptotes à C_f .

b) Montrer que le point K(0 ; $\frac{1}{2}$) est un centre de symétrie de C_f .

c) Etudier les variations de f.

d) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point K.

e) Justifier que, pour étudier la position de la tangente T par rapport à la courbe C_f , il suffit d'étudier sur IR le signe de $g(x)$ où $g(x)=2e^x-xe^x-2-x$.

f) Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$. Déterminer, en les justifiant les signes de $g''(x)$, $g'(x)$ et $g(x)$. En déduire la position de T et de C_f .

g) Pour tout réel a strictement compris entre 0 et 1, résoudre l'équation $f(x) = a$. Ecrire le plus simplement possible la solution de l'équation $f(x) = \frac{1}{3}$.

CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 5