DEVOIR SURVEILLE N° 6 **TERMINALE S 5** ***Vendredi 14 février 2003***

EXERCICE 1 (8 points)

Partie A : On lance $2n$ fois une pièce de monnaie équilibrée, où n est un entier naturel non nul.
A-t-on plus de chance d'obtenir 4 piles en lançant 8 fois la pièce que d'obtenir 6 piles en lançant 12 fois la pièce ?
On note P(n) la probabilité d'obtenir n piles en lançant $2n$ fois la pièce. Exprimer P(n) en fonction de n.

Montrer que, pour $n \in \mathbf{N}^*$, $\dfrac{P(n+1)}{P(n)} = \dfrac{2n+1}{2(n+1)}$.

On désigne par X le nombre de piles en lançant $2n$ fois la pièce . Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et préciser son espérance mathématique.

Partie B : Une urne contient 10 boules : 7 boules rouges toutes numérotées 1, et 3 boules jaunes toutes numérotées 0.
On tire simultanément 2 boules de cette urne. On considère les événements A : « les deux boules sont de la même couleur » et B : « les deux boules sont de couleurs différentes ». Déterminer les probabilités P(A) et P(B).
On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des chiffres des deux boules. Déterminer la loi de probabilité de X et préciser son espérance mathématique.

EXERCICE 2 (12 points)

Partie A : On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = e^{x^2+ax+b}$ où a et b sont des réels.

a) Déterminer les valeurs de a et b pour lesquelles le tableau de variations ci-contre est celui de la fonction f. Justifier la réponse.

b) Montrer que la droite d'équation $x = \dfrac{3}{2}$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f.

x	$-\infty$		$1,5$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$e^{-1,25}$	$\nearrow$	$+\infty$

Partie B : On considère la fonction g définie sur IR par $g(x) = (x^2+3x+1)e^{-x}$.

a) Déterminer les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition.
b) Etudier les variations de la fonction g . Dresser son tableau de variations.
c) Tracer la courbe C_g représentative de g dans un repère orthonormé.
d) On considère la suite (u_n) définie par : pour tout entier naturel n , $u_n = \int_0^n g(x)dx$. Interpréter graphiquement u_n et dessiner u_3 sur le graphique de la question précédente.
e) Calculer le premier terme u_0. Montrer que la suite (u_n) est croissante.
f) Montrer que la fonction G définie sur IR par $G(x) = (-x^2-5x-6)e^{-x}$ est une primitive de g . Déterminer alors u_n en fonction de n , puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. Quelle est l'interprétation graphique de ce dernier résultat ?

Partie C : On considère la fonction h définie sur IR par $h(x) = e^{2x} + ce^{x} + d$ où c et d sont des réels.

a) Déterminer les valeurs de c et d pour que $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = 2$ et $h'(ln(1,5)) = 0$. Justifier la réponse.

b) Résoudre l'équation $h(x) = 0$.