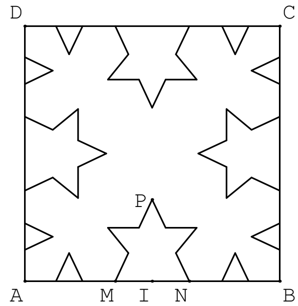
DEVOIR MAISON N° 4 **TERMINALE S 3**

On considère un carré ABCD de côté 1. Soit I le milieu de [AB] , M un point du segment [AI] et N le symétrique de M par rapport à I. Lorsque cela est possible, on construit le triangle MNP isocèle en P (à l'intérieur du carré ABCD) et tel que MP = AM. On répète cette construction sur les trois autres côtés du carré. Faire une figure avec AM = 0,4.

PARTIE A : Dans cette partie, on pose AM = x tel que la construction de MNP soit possible.
1. Préciser l'intervalle dans lequel varie x pour que la construction du triangle soit possible.
2. Déterminer l'aire $a(x)$ du triangle MNP en fonction de x .
3. On considère alors le polygone intérieur à ABCD dont les côtés sont [AM], [MP], [PN], [NB], etc...
4. Déterminer l'aire $s(x)$ et le périmètre $p(x)$ de ce polygone en fonction de x.
5. Déterminer x pour que ce polygone ait une aire minimale.

PARTIE B : Dans cette partie, on prend $x = \frac{1}{3}$. On répète le procédé de construction du triangle MNP sur chaque côté du polygone précédent, en prenant comme nouveau côté x^2 . On obtient la figure ci-contre :
(étape 2) ; puis, on répète encore le procédé sur chaque nouveau segment, etc.
On note, à l'étape n : c_n le nombre de côtés, l_n la longueur d'un côté, t_n le nombre de triangles nouvellement construits, p_n le périmètre et a_n l'aire du polygone ainsi construit.



1. Déterminer c_n , l_n , t_n , p_n , a_n en fonction de n .
2. Déterminer la limite de p_n et de a_n lorsque n tend vers $+\infty$