

EXERCICE 1 : Un test médical sert à dépister une certaine maladie dans une population donnée. Soit M l'événement : « un individu est atteint de cette maladie » et T l'événement : « le test est positif pour un individu donné ». Après une étude statistique, on admet les résultats suivants : $P_M(T) = 0,96$; $P_{\bar{M}}(\bar{T}) = 0,94$; $P(M) = 0,01$.

- Exprimer par des phrases chacune de ces égalités.
- Traduire l'énoncé au moyen d'un arbre. Préciser les différentes probabilités.
- Calculer la probabilité pour qu'un individu dont le test est positif, soit atteint de la maladie.
- Calculer la probabilité pour qu'un individu dont le test est positif, soit en bonne santé.

EXERCICE 2 : Trois machines A, B, C produisent respectivement 60 %, 30 %, 10 % du nombre total de boulons fabriqués dans une entreprise. Les pourcentages d'objets défectueux par machine sont respectivement : 2 %, 3 %, 4 %. Dans un lot de boulons, on choisit un objet au hasard : il est défectueux. Quelle est la probabilité que ce boulon ait été fabriqué par la machine C ?

EXERCICE 3 : On considère les polynômes f et g définis par : $f(x) = x - \frac{x^2}{2}$ et $g(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$.

Le but de l'exercice est de démontrer que, pour tout réel $x > 0$, on a $f(x) < \ln(1+x) < g(x)$.

- Soit u la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $u(x) = \ln(1+x) - f(x)$.
Etudier les variations de u et en déduire son signe.
- Soit v la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $v(x) = \ln(1+x) - g(x)$.
Etudier les variations de v et en déduire son signe.
- En déduire la double inégalité cherchée.
- Déterminer alors un encadrement au millième du nombre $\ln(1,1)$ par deux rationnels.
- La double inégalité est-elle encore vraie sur $] -1 ; 0 [$?