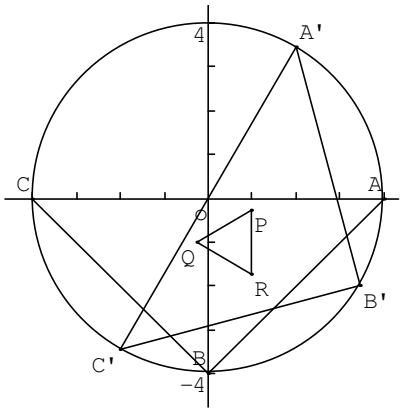
CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 6 TERMINALE S 3

EXERCICE 1 :



a) On a $a - b = 4 - (-4i) = 4 + 4i$; et $-i(c - b) = -i(-4 + 4i) = 4 + 4i$.

b) D'où $c - b = e^{-i\frac{\pi}{2}}(a - b)$; ainsi, le point C est l'image de A dans la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. Donc, le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

c) La transformation du plan associée est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

d) On a $a' = e^{i\frac{\pi}{3}}a = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})4 = 2 + 2i\sqrt{3}$;

$b' = e^{i\frac{\pi}{3}}b = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})(-4i) = 2\sqrt{3} - 2i$;

$c' = e^{i\frac{\pi}{3}}c = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})(-4) = -2 - 2i\sqrt{3}$.

e) On a $p = \frac{a'+b}{2} = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$; $q = \frac{b'+c}{2} = \sqrt{3} - 2 - i$; $r = \frac{c'+a}{2} = 1 - i\sqrt{3}$.

f) On a $r - p = 2i(1 - \sqrt{3})$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}(q - p) = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})(\sqrt{3} - 2 - i - 1 - i(\sqrt{3} - 2) = 2i(1 - \sqrt{3})$. D'où l'égalité demandée.

g) D'après la question précédente, le point R est l'image de Q dans la rotation de centre P et d'angle $\frac{\pi}{3}$; donc PR = PQ et $(\widehat{\overrightarrow{PQ};\overrightarrow{PR}}) = \frac{\pi}{3}$; donc le triangle PQR est équilatéral.

EXERCICE 2 : b) On utilise la formule des probabilités totales puisque les événements P, M, G forment une partition de l'univers. On a p(E) = p(P∩E) + p(M∩E) + p(G∩E) = 0,13 x 0,035 + 0,54 x 0,06 + 0,33 x 0,045 = 0,0518 .
c) La probabilité qu'une huître soit moyenne sachant qu'elle a été mal triée est la probabilité conditionnelle
$p_E(M) = \frac{p(M \cap E)}{p(E)} = \frac{0,54 \times 0,06}{0,0518} = 0,625$.

EXERCICE 3 : 1. Un encadrement de *f(x)* sur [0 ; 1] est $x^2 - \frac{x^3}{2} \le x\ln(x+1) \le x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{3}$; d'où

$\int_0^1 (x^2 - \frac{x^3}{2})dx \le \int_0^1 f(x)dx \le \int_0^1 (x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{3})dx$; on a $\int_0^1 (x^2 - \frac{x^3}{2})dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{8}\right]_0^1 = \frac{5}{24}$ et

$\int_0^1 (x^2 - \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{3})dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{8} + \frac{x^5}{15}\right]_0^1 = \frac{11}{40}$; d'où $\frac{5}{24} \le \int_0^1 f(x)dx \le \frac{11}{40}$.

2. a) G est une primitive de la fonction *g* sur]0 ; +∞ [si G est dérivable sur]0 ; +∞ [et si G'(*x*) = *g(x)*. G est bien dérivable sur]0 ; +∞ [et G'(*x*) = ln(*x* + 1) + (*x* + 1)/(*x* + 1) − ln(*x*) − *x*/*x* = ln(*x* + 1) − ln(*x*) = $\ln(\frac{x+1}{x}) = \ln(1 + \frac{1}{x})$ = *g(x)*.

b) D'où $\int_1^2 g(x)dx$ = G(2) − G(1) = 3ln3 − 4ln2 = $\ln(\frac{27}{16})$.

EXERCICE 4 : a) On a $f(x) = \frac{x}{1+x^2} = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{1+x^2}$, d'où une primitive de f : F(*x*) = $\frac{1}{2}\ln(1 + x^2)$.

Ainsi $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$ = F(1) − F(0) = $\frac{1}{2}\ln 2$.

b) On a *f(x)* + *g(x)* = $\frac{x}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^2} = \frac{x(1+x^2)}{1+x^2} = x$.

Donc $I_1 + I_2 = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = \int_0^1 (f(x) + g(x))dx = \int_0^1 xdx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2}$.

D'où $I_2 = \frac{1}{2} - I_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ln 2 = \frac{1}{2}\ln(\frac{e}{2}) = \ln\sqrt{\frac{e}{2}}$.