DEVOIR SURVEILLE N° 9 TERMINALE S 3 Mardi 11 mi 2004

EXERCICE 1 (7 points)

Partie A : L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) ;
on considère les points A(-1 ; 0 ; 2), B(3 ; 2 ; – 4), C(1 ; –4 ; 2), D(5 ; –2 ; 4). On considère les points I, J et K définis par : I est le milieu du segment [AB], K est le milieu du segment [CD] et $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

1. Déterminer les coordonnées des points I, J et K.
2. Montrer que les points I, J et K ne sont pas alignés.
3. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (IJK) est : $8x + 9y + 5z - 12 = 0$.
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AD) et montrer que le plan (IJK) et la droite (AD) se coupent en un point L dont on déterminera les coordonnées.
5. Montrer que $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Partie B : Plus généralement, dans l'espace, on considère un tétraèdre ABCD ainsi que les points I, J, K définis par I milieu de [AB], K milieu de [CD], $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Soit G le barycentre du système de points pondérés {(A ; 3), (B ; 3), (C ; 1), (D ; 1)}.

1. Déterminer le barycentre G_1 du système {(A ; 3), (D ; 1)} et le barycentre G_2 du système{(B ; 3), (C ; 1)}.
2. En associant les points A, B, C, D de deux façons différentes, montrer que G appartient aux droites (IK) et (JL). En déduire que les points I, J, K et L sont coplanaires.

EXERCICE 2 (5 points)

1. L'espace est rapporté à un repère orthonormé (A ; $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$) . Déterminer une équation du plan (BCD).
2. Soit M un point de l'espace, M' le point défini par $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ et G l'isobarycentre des points A, B, C, D.

a) Montrer que les points M, M' et G sont alignés.
b) Déterminer les coordonnées de G.

3. Le point M est maintenant dans le plan (BCD). Déterminer l'ensemble des points M'. En donner une équation cartésienne.
4. Le point M est maintenant sur la droite (d) perpendiculaire au plan (BCD) et passant par A. Donner une représentation paramétrique de (d). Déterminer l'ensemble des points M'.
5. Déterminer la distance du point G au plan (BCD).

EXERCICE 3 (5 points)

Une usine de tissage fabrique des rouleaux de tissus pour un atelier de confection Les rouleaux sont livrés par camion de 100 rouleaux. La probabilité pour qu'un rouleau soit défectueux à la livraison est de 0,03.
On vide le camion chez le client. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de rouleaux défectueux de ce camion.

1. Expliquer pourquoi la loi de X est une loi binomiale. Préciser ses paramètres et déterminer E(X).
2. Calculer à 0,0001 près les probabilités des événements suivants :

E : « le camion ne contient aucun rouleau défectueux » ;
F : « le camion contient un rouleau défectueux » ;
G : « le camion contient au moins deux rouleaux défectueux » .

EXERCICE 4 (3 points)

Pour une variable aléatoire T, exprimée en minutes, qui représente une durée de vie et suit une loi exponentielle de paramètre λ , on a $P(T > 3) = 0,2$.

1. Déterminer λ .
2. Calculer $P(T < 5)$.