CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 9 TERMINALE S 3

EXERCICE 1 : Partie A : 1. Le point I est le milieu de [AB], donc $x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1$, $y_I = 1$, $z_I = -1$;

$x_J - x_B = \frac{x_C - x_B}{4}$,… d'où J($\frac{5}{2};\frac{1}{2};-\frac{5}{2}$) et K(3 ; –3 ; 3).

2. Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};-\frac{3}{2})$ et $\overrightarrow{IK}(2;-4;4)$ n'ont pas leur coordonnées proportionnelles, donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les points I, J et K ne sont pas alignés. Ils déterminent alors un plan.
3. On remplace les coordonnées des trois points I, J et K dans l'équation $8x + 9y + 5z - 12 = 0$. Leurs coordonnées vérifient l'équation, donc une équation cartésienne du plan (IJK) est : $8x + 9y + 5z - 12 = 0$.
4. La droite (AD) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AD}$ (6 ; –2 ; 2) et passe par le point A ; d'où une représentation paramétrique de la droite (AD) : $\begin{cases} x = 6t - 1 \\ y = -2t \\ z = 2t + 2 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$; le plan (IJK) et la droite (AD) se coupent en un point L si l'équation $8(6t - 1) + 9(-2t) + 5(2t + 2) - 12 = 0$ a une unique solution : on trouve $t = ¼$; donc L existe et ses coordonnées sont L($\frac{1}{2};\frac{-1}{2};-\frac{5}{2}$). 5. $\overrightarrow{AL}$ ($\frac{3}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2}$) et on obtient bien $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Partie B : 1. Le barycentre G_1 du système {(A ; 3), (D ; 1)} vérifie $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ donc G_1 = L et le barycentre G_2 du système {(B ; 3), (C ; 1)} vérifie $\overrightarrow{AG_2} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ donc G_2 = J.
2. D'après la question 1, le point G est barycentre du système {(L, 4) ; (J ; 4)}, donc G est sur la droite (JL). Le point I barycentre du système {(A, 3) ; (B ; 3)}, et le point K est barycentre du système {(C, 1) ; (D ; 1)}, donc G est barycentre du système {(I, 6) ; (K ; 2)}, donc G est sur la droite (IK). G appartient bien aux droites (IK) et (JL). Ces droites sont donc sécantes en G, elles sont donc coplanaires, et par suite, les points I, J, K et L sont coplanaires.

EXERCICE 2 : 1. Le plan (BCD) a une équation de la forme $ax + by + cz + d = 0$; on remplace x, y, z par les coordonnées des points B(1 ; 0 ; 0), C(0 ; 1 ; 0) et D(0 ; 0 ; 1), on obtient : $a + d = 0$, $b + d = 0$, $c + d = 0$; d'où une équation du plan (BCD) : $x + y + z - 1 = 0$.
2. a) Pour tout point M de l'espace, on a $4\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$, donc $\overrightarrow{MM'} = 4\overrightarrow{MG}$, donc les points M, M' et G sont alignés.
b) En prenant M = A (origine du repère), on a $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$, donc G (¼ ; ¼ ; ¼).
3. Si le point M est dans le plan (BCD), les coordonnées de M vérifient : $x + y + z = 1$; les coordonnées de M'$(x' ; y' ; z')$ vérifient $x' = 1 - 3x$; $y' = 1 - 3y$; $z' = 1 - 3z$; et en additionnant, on obtient $x' + y' + z' = 3 - 3(x + y + z) = 0$; l'ensemble des points M' est le plan d'équation $x + y + z = 0$ (ce plan est parallèle à (BCD)).
4. Un vecteur directeur de (d) est un vecteur normal de (BCD), soit $\vec{n}(1;1;1)$; la droite (d) passe par A(0 ; 0 ; 0), d'où une représentation paramétrique de (d) : $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$. Les coordonnées de M'$(x' ; y' ; z')$ vérifient $x' = 1 - 3x$; $y' = 1 - 3y$; $z' = 1 - 3z$; donc $x' = y' = z' = 1 - 3t$, donc l'ensemble des points M' est la droite (d).
5. La distance du point G au plan (BCD) est donné par $\frac{\left|\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1\right|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$.

EXERCICE 3 : 1. Pour chaque rouleau, on a deux issues possibles : le rouleau est défectueux avec une probabilité de 0,03, ou non. Les 100 rouleaux peuvent être défectueux indépendamment les uns des autres, donc le nombre de rouleaux défectueux suit une loi binomiale. Les paramètres de cette loi sont 0,03 et 100. L'espérance mathématique de X est égale au produit des paramètres de la loi : E(X) = 0,03 x 100 = 3.

2. $p(E) = p(X = 0) = \binom{100}{0} 0,03^0 \times 0,97^{100} \approx 0,0475$; $p(F) = p(X = 1) = \binom{100}{1} 0,03^1 \times 0,97^{99} \approx 0,1471$;

$p(G) = p(X \geq 2) = 1 - (p(X = 0) + p(X = 1)) = 0,8054$.

EXERCICE 4 : 1. Si T suit une loi exponentielle de paramètre λ, on a, pour tout $t \geq 0$, $P(T > t) = e^{-\lambda t}$;

d'où $e^{-3\lambda} = 0,2$, et on obtient $\lambda = \frac{\ln 0,2}{-3} \approx 0,536$.

2. $P(T < 5) = 1 - e^{-5\lambda} \approx 0,931$.