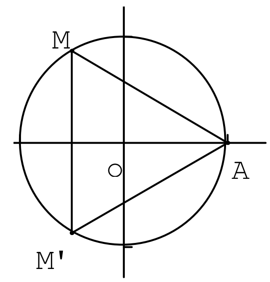
<u>CORRECTION DEVOIR MAISON N° 1 TERMINALE S 3</u>

Première méthode : 1. Le point M étant sur le demi-cercle supérieur, x prend ses valeurs dans [–1 ; 1].
2. Soit H le milieu de [MM'] ; H a pour abscisse x ; [AH] est la hauteur de AMM' issue de A. L'aire du triangle AMM' isocèle en A est (AH x MM')/ 2, soit $\frac{|1-x|\times 2\text{HM}}{2} = \frac{|1-x|\times 2\sqrt{1-x^2}}{2} = (1-x)\sqrt{1-x^2}$ car $x \in$ [–1 ; 1].
3. La fonction A : $x \mapsto (1-x)\sqrt{1-x^2}$ est dérivable comme produit et composée de fonctions dérivables sur] –1 ; 1[.
Sa dérivée est A'(x) = $-1\ \sqrt{1-x^2} + (1-x)\times\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-(1-x^2)-x(1-x)}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{1-x^2}}$. Le signe de cette dérivée dépend de $2x^2-x-1$ sur l'intervalle] –1 ; 1[; on cherche le signe de cette quantité : Δ = (-1)² +8 = 9 ; il y a deux racines : $\frac{1+\sqrt{9}}{4} = 1$ et $\frac{1-\sqrt{9}}{4} = \frac{-1}{2}$; la dérivée est négative sur [- ½ ; 1[et positive sur] –1 ; - ½] ; donc la fonction A est croissante sur] –1 ; - ½] et décroissante sur [- ½ ; 1[. Cette fonction atteint son maximum en x = - ½ qui vaut A(- ½) = $\frac{3}{2}\times\sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.



4. Les points M et M' ont pour abscisse – ½ et pour ordonnée respective $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Deuxième méthode : 1. Le point M étant sur le demi-cercle supérieur, α prend ses valeurs dans [0 ; π]. Les coordonnées de M sont (cos α ; sin α).
3. L'aire du triangle AMM' est (AH x MM')/ 2, soit ((1 – cos α)2 sin α)/2 = (1 – cos α) sin α.
4. Cette fonction f est dérivable comme produit de fonctions dérivables et
$f'(\alpha) = \sin\alpha\times\sin\alpha + (1-\cos\alpha)\cos\alpha = \sin^2\alpha - (1-\cos\alpha)(-\cos\alpha) = 1-\cos^2\alpha - (1-\cos\alpha)(-\cos\alpha) =$

$f'(\alpha) = (1-\cos\alpha)(1+2\cos\alpha) = 2(1-\cos\alpha)(\cos\alpha+\frac{1}{2})$.

5. Etudions le signe de $f'(x)$: $\forall\alpha$ réel, 1 – cos α ≥ 0, et cos α + ½ = 0 pour α = 2π/3 ou – 2π/3 . D'où :

α	0	2π/3	π
1 – cos α	+		+
cos α + ½	+	0	–
$f'(x)$	+	0	–

Donc la fonction f est croissante sur [0 ; 2π/3] et décroissante sur [2π/3 ; π].
6. Le maximum de cette fonction est atteint lorsque α = 2π/3 ; l'aire maximale est alors
$(1-\cos\frac{2\pi}{3})\sin\frac{2\pi}{3} = (1+\frac{1}{2})\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.
7. Les coordonnées polaires de M sont (1 ; $\frac{2\pi}{3}$) et celles de M' sont (1 ; $-\frac{2\pi}{3}$) .
8. On retrouve bien les valeurs de la première méthode .

<u>DEVOIR MAISON N° 2 TERMINALE S 3</u>

EXERCICE 1 : On considère la parabole P représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a est un réel non nul ; la fonction g est définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, et C est sa courbe représentative .
a) Déterminer les limites des fonctions f et g en +∞ et en – ∞ en fonction des valeurs de a .
b) Donner les tableaux de variations de la fonction g dans les six cas suivants en précisant les ensembles de définition de g : 1) $a > 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac > 0$; 2) $a > 0$ et $\Delta = 0$; 3) $a > 0$ et $\Delta < 0$; 4) $a < 0$ et $\Delta > 0$; 5) $a < 0$ et $\Delta = 0$; 6) $a < 0$ et $\Delta < 0$.
c) Préciser les asymptotes éventuelles à la courbe C .

EXERCICE 2 : On considère la fonction h définie par $h(x) = \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$.
a) Montrer que la fonction h est définie sur [– 1 ;0[∪]0 ; 1].
b) Montrer que h peut s'écrire sous l'une des deux formes suivantes : $\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$ ou $\frac{x}{1-\sqrt{1-x^2}}$.
c) Déterminer les limites de cette fonction aux bornes de son ensemble de définition.