

CORRECTION DEVOIR MAISON N° 6 TERMINALE S 3

EXERCICE 1 : Notons R l'événement : « on tombe sur le répondeur de Carole » et A l'événement : « Carole est absente » ; on a $p(R) = 0,9$, $p(R \cap A) = p(A)$ car elle utilise systématiquement son répondeur lorsqu'elle s'absente et

$$p_{\bar{A}}(R) = \frac{1}{3} ; \text{ ainsi d'après la formule des probabilités totales, } p(R) = p(R \cap A) + p(R \cap \bar{A}) = p(A) + p_{\bar{A}}(R) p(\bar{A}) = p(A) + \frac{1}{3} (1 - p(A)) ; \text{ ainsi } p(A) + \frac{1}{3} (1 - p(A)) = 0,9 \text{ et on obtient } p(A) = \frac{17}{20} .$$

La probabilité de pouvoir parler avec Carole lorsqu'on l'appelle correspond à $p(\bar{R} \cap \bar{A}) = p_{\bar{A}}(\bar{R}) p(\bar{A}) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{20} = 0,1$.

2. Luc appelle Carole et il tombe sur le répondeur; la probabilité qu'elle soit pourtant chez elle est $p_R(\bar{A}) = \frac{p(\bar{A} \cap R)}{p(R)}$

$$= \frac{p_{\bar{A}}(R) p(\bar{A})}{p(R)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{0,9} = \frac{1}{18} .$$

EXERCICE 2 : 1. Notons A l'événement: « la graine est de type A », B l'événement: « la graine est de type B », C l'événement: « la graine est de type C », et G l'événement: « la graine germe correctement ».

a) la probabilité que ce soit une graine de type A est $p(A) = 50/(50 + 90 + 60) = 0,25$;

b) la probabilité que ce soit une graine de type A et que celle-ci germe correctement est $p(A \cap G) = 0,25 \times 0,5 = 0,125$;

c) la probabilité que la graine germe correctement est $p(G)$, les événements A, B, C forment une partition de l'univers, donc en utilisant la formule des probabilités totales: $p(G) = p(A \cap G) + p(B \cap G) + p(C \cap G) = 0,125 + 0,45 \times 0,8 + 0,3 \times 0,6 = 0,665$;

d) la probabilité que la graine soit une graine de type C qui ne germe pas correctement est $p(C \cap \bar{G}) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$.

2. Cette probabilité est $p_G(A) = \frac{p(A \cap G)}{p(G)} = \frac{0,25 * 0,5}{0,665} = \frac{25}{133}$.

3. La probabilité qu'au moins une de ces graines germe correctement est $p(U) = 1 - p(\bar{U}) = 1 - (1 - 0,665)^4 = 1 - 0,335^4 \approx 0,9874$.

EXERCICE 3 : Notons B l'événement: « il fait beau » ;

1. La probabilité qu'il fasse beau lundi est $5/6$, la probabilité qu'il fasse beau mardi est $25/36 + 2/18 = 29/36$ et la probabilité qu'il fasse beau mercredi est $125/216 + 10/108 + 10/108 + 2/54 = 173/216$.

2. On a $p_n = \frac{5}{6} p_{n-1} + \frac{2}{3} q_{n-1}$ et $q_n = \frac{1}{6} p_{n-1} + \frac{1}{3} q_{n-1}$.

Ainsi $p_n = \frac{5}{6} p_{n-1} + \frac{2}{3} (1 - p_{n-1}) = \frac{1}{6} p_{n-1} + \frac{2}{3}$.

3. On a $u_{n+1} = p_{n+1} - 0,8 = \frac{1}{6} p_n + \frac{2}{3} - 0,8 = \frac{1}{6} p_n + \frac{2}{15} =$

$$\frac{1}{6} (p_n - 0,8) = \frac{1}{6} u_n ; \text{ donc } (u_n) \text{ est une suite géométrique}$$

de raison $\frac{1}{6}$ et de premier terme $u_0 = p_0 - 0,8 = 0,2$.

4. Donc $u_n = 0,2 \left(\frac{1}{6}\right)^n$ et $p_n = u_n + 0,8 = 0,2 \left(\frac{1}{6}\right)^n + 0,8$. La

raison de la suite (u_n) est strictement comprise entre 0 et 1 donc la suite (u_n) converge vers 0 ; donc la suite (p_n) converge vers 0,8. Sur le long terme, il fera beau avec une probabilité de 80%.

