CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 4 TERMINALE S 3

EXERCICE 1 :

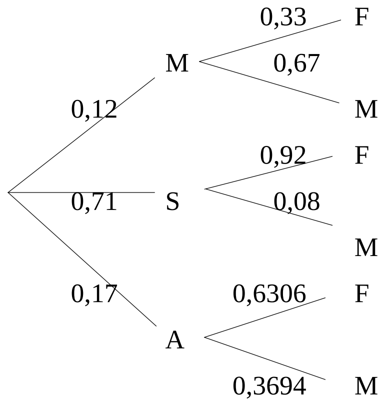
1. a) La probabilité d'interroger une femme soignante est
2. p(S∩F) = 0,71×0,92 = 0,6532.

b) La probabilité d'interroger une femme médecin est
p(M∩F) = 0,12×0,33 = 0,0396.

2. a) En utilisant le formule des probabilités totales, la probabilité d'interroger une femme AT est
p(A∩F) = p(F) – (p(S∩F) + p(M∩F)) = 0,8 – 0,6532 – 0,0396 = 0,1072.

b) L' arbre pondéré : On détermine p(A) = 1 – p(M) – p(S) = 0,17...

c) La probabilité d'interroger une femme sachant qu'elle fait partie du personnel AT est $p_A(F) = \frac{p(A\cap F)}{p(A)} = \frac{0,1072}{0,17} = 0,6306$.



EXERCICE 2 :

1. La solution de cette équation différentielle telle que $f(0) = 1$ est la fonction exponentielle.

2. On considère la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = f(x) - x - 1$.
Cette fonction est dérivable sur ℝ comme somme de fonctions qui le sont ; sa dérivée est $g'(x) = f'(x) - 1 = f(x) - 1$.
Comme $f(0) = 1$, $g'(0) = 1$ et que la fonction exponentielle est strictement croissante sur ℝ , alors $g'(x)$ est positif sur [1 ; +∞[et négatif sur]– ∞ ; 1] . Donc la fonction g est croissante sur [1 ; +∞[et décroissante sur]– ∞ ; 1] , elle admet donc un minimum pour $x = 0$ qui est
$g(0) = f(0) - 1 = 0$; ainsi, la fonction g est positive sur ℝ et donc pour tout x réel, $f(x) \geq x + 1$.

3. On utilise la propriété : $f(a + b) = f(a)f(b)$, et en prenant $a = x/2$ et $b = x/2$, il vient $f(x) = [f(x/2)]^2 > 0$ puisque $f(x)$ ne s'annule pas.

4. On considère la courbe C représentative de f et M un point de C d'abscisse a .

a) Une équation de la tangente à C au point M d'abscisse a est $y = f'(a)(x - a) + f(a) = e^a(x - a) + e^a$.

b) Les coordonnées de H sont H(a ; 0) et celles de T vérifient : $y = e^a(x - a) + e^a$ et $y = 0$, d'où $e^a(x - a) + e^a = 0$ et on trouve $x = a - 1$.

c) La distance TH = $| x_H - x_T | = | a - (a - 1)| = 1$.

EXERCICE 3 :

On lance plusieurs fois une pièce de monnaie équilibré.

1. a) La probabilité d'obtenir deux piles est 0,5×0,5 = 0,25.

b) La probabilité d'obtenir un pile et un face sachant que le premier lancer a donné un pile est la probabilité d'obtenir un pile au premier lancer et un face au deuxième, soit 0,5×0,5 = 0,25.

c) On considère les événements : A :« on a obtenu un pile et un face »; B : « on a obtenu au plus un pile ».
p(A) = 0,25 + 0,25 = 0,5 ; p(B) = p(obtenir un pile) + p(n'obtenir aucun pile) = 0,5 + 0,25 = 0,75 ; p(A∩ B) = p(obtenir un pile et un face) = p(A) = 0,5 . On a p(A∩ B) = p(A) ≠ p(A)p(B), donc les événements A et B ne sont pas indépendants.

2. a) L'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X est {0, 1, 2, 3}.

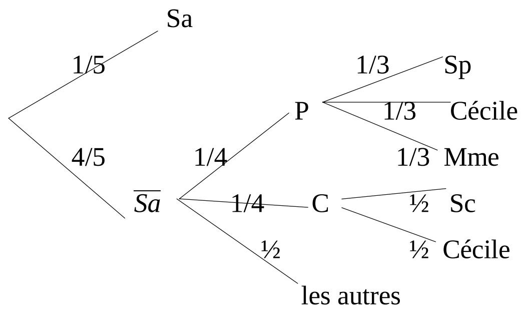
b) p(X = 0) = p(obtenir trois faces) = 0,125 ; p(X = 1) = p(PFF ∪ FPF ∪ FFP) = 0,125× 3 = 0,375 ;
p(X = 2) = p(PPF ∪ FPP ∪ PFP) = 0,125× 3 = 0,375 ; p(X = 3) = p(FFF) = 0,125.

c) L'espérance mathématique de X est E(X) = 0 ×0,125 + 1 ×0,375 + 2 ×0,375 + 3 ×0,125 = 1,5.

EXERCICE 4 :

Notons Sa l'événement : « Sandrine obtient la fève »,Sp : « Sandrine est la reine élue par son père », Sc : « Sandrine est la reine élue par Christophe », P : « M.Dupont est le roi » et C : « Christophe est le roi ». On obtient l'arbre ci-contre et la probabilité que Sandrine soit reine est : p(S) = p(Sa) + p($\overline{S}$ P Sp) + p($\overline{S}$ C Sc) =

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3} + \frac{4}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{11}{30}.$$



Question subsidiaire : On peut construire un arbre similaire et la probabilité cherchée est : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\times\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\times\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{7}{18}$.