ENONCE : On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 16$.
a) Calculer P(4). En déduire une factorisation de P.
b) Déterminer les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans $\mathbf{C}$.
c) On considère le repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ du plan et les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 4$.
d) Déterminer le module et un argument de z_A et de z_B. Placer les trois points A, B et C dans le plan.
e) Déterminer la nature du triangle ABC.

CORRIGE : a) P(4) = 0 ; donc le polynôme P se factorise par $(x - 4)$ et on trouve $P(x) = (x-4)(x^2 - 2x + 4)$.
b) On résout l'équation $P(x) = 0$ dans $\mathbf{C}$: considérons l'équation $x^2 - 2x + 4$: $\Delta = -12 < 0$ donc il y a deux solutions complexes : $z_1 = \dfrac{2+2i\sqrt{3}}{2} = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = \dfrac{2-2i\sqrt{3}}{2} = 1 - i\sqrt{3}$. Les trois solutions sont { 4 ; z_1 ; z_2 }.
c) $|z_A| = |1 + i\sqrt{3}| = 2$, $|z_B| = |1 - i\sqrt{3}| = 2$; notons $\theta_A = Arg(z_A)$; on a $cos(\theta_A) = \dfrac{1}{2}$ et $sin(\theta_A) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ donc $Arg(z_A) = \dfrac{\pi}{3}$ [2π] ; notons $\theta_B = Arg(z_B)$; on a $z_B = \overline{z_A}$ donc $Arg(z_B) = -\dfrac{\pi}{3}$ [2π] .
e) Le triangle ABC est équilatéral, car AB = AC = BC = $2\sqrt{3}$.