CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 TERMINALE STD2A

EXERCICE 1 : On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$ et C la courbe représentative de la fonction $f$.

1. La dérivée de cette fonction $f : f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$. Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4\times3\times9 = 36 > 0$, donc l'équation a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-12+6}{2\times3} = -1$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-12-6}{2\times3} = -3$.

2. Cette dérivée est positive sur $]-\infty\,;-3[\ \cup\ ]-1\,;+\infty[$ et négative sur $[-3\,;-1]$, donc la fonction $f$ est croissante sur $]-\infty\,;-3[$ et sur $]-1\,;+\infty[$ et décroissante sur $[-3\,;-1]$.

Son tableau de variations :

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

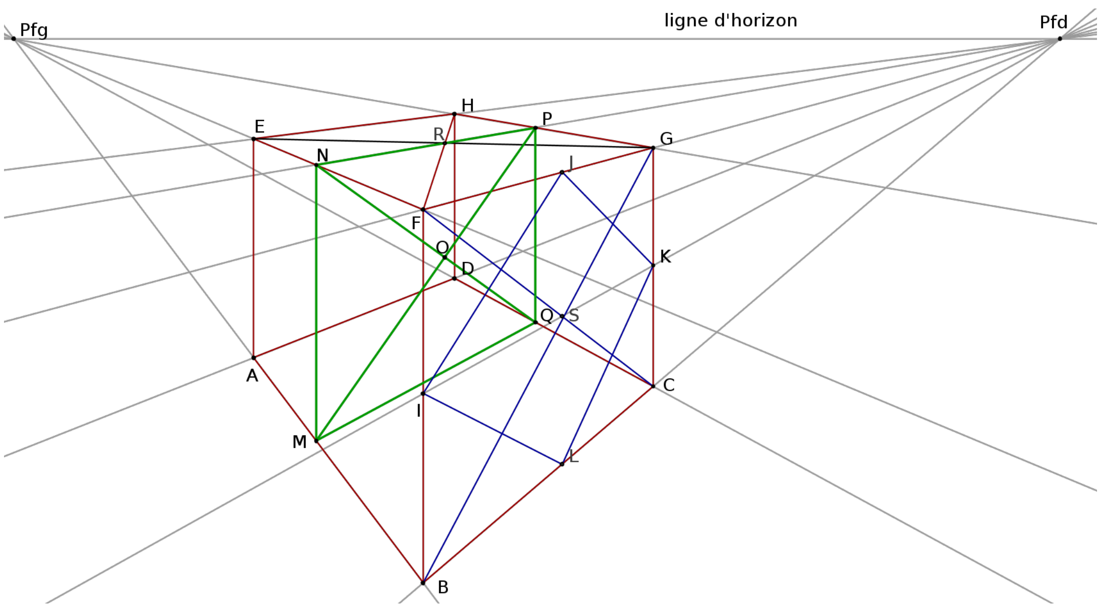
3. La fonction $f$ admet un maximum local atteint en $x = -3$ et vaut $f(-3) = 1$ et elle admet un minimum local atteint en $x = -1$ et vaut $f(-1) = -3$.

4. L'abscisse du point S centre de symétrie de C est la valeur de $x$ qui annule la dérivée seconde :
$f''(x) = 6x + 12 = 0$ pour $x = -2$ ; et $f(-2) = -1$.
Donc $S(-2\,;-1)$.

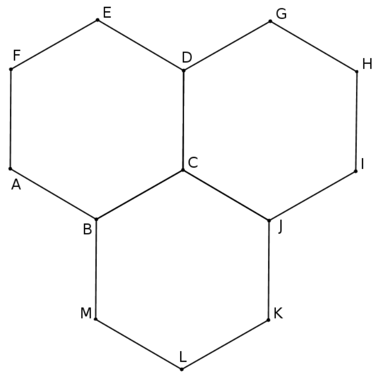
5. Le coefficient directeur de la tangente à C en S est égal à $f'(-2) = 3(-2)^2 + 12(-2) + 9 = -3$.

6. L'équation $f(x) = 1$ équivaut à $x^3 + 6x^2 + 9x = 0$ équivaut à $x(x^2 + 6x + 9) = 0$. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul : $x = 0$ ou $x^2 + 6x + 9 = 0$, soit $(x + 3)^2 = 0$ donne $x = -3$. Les solutions sont 0 et $-3$.
Les coordonnées des points d'intersection de la courbe C et de la droite d'équation $y = 1$ sont $(0\,; 1)$ et $(-3\,; 1)$.

EXERCICE 2 : On considère un cube ABCDEFGH.
Construction du cube en perspective centrale : (AB) coupe la ligne d'horizon en Pfg ; (BC) coupe la ligne d'horizon en Pfd ; les droites (Apfd) et (Cpfg) se coupent en D ; [AE], [BF], [CG] sont perpendiculaires à la ligne d'horizon.
Les milieux I, J, K et L des arêtes de la face de côté BCGF Les diagonales de BCGF se coupent en R ; (Rpfd) coupe [BF] en I et [CG] en K ; la perpendiculaire à la ligne d'horizon passant par R coupe [FG] en J et [BC] en L.
Le carré MNPQ formé par les milieux des arêtes [AB], [EF], [GH] et [CD] : les diagonales de EFGH se coupent en S ; (Spfd) coupe [EF] en N, [HG] en P ; la parallèle à (AE) en N coupe [AB] en M ; la parallèle à (AE) en P coupe [CD] en Q. Le point O, centre du cube est le point d'intersection des diagonales [MP] et [NQ].



EXERCICE 3 : On considère la figure ci-contre composé de trois hexagones réguliers.




Construction de la figure en perspective centrale :

La droite (AB) coupe la ligne d'horizon en Pfg ; la droite (BC) coupe la ligne d'horizon en Pfd ; les droites (Apfd) et (Cpfg) se coupent en O centre de l'hexagone ABCDEF. La droite (OB) coupe la ligne d'horizon en un troisième point de fuite Pf1.

Les droites (APf1) et (Cpfg) se coupent en F ; les droites (CPf1) et (AO) se coupent en D ; les droites (DPfg) et (OB) se coupent en E.

Les droites (BC) et (ED) se coupent en O' centre de l'hexagone CDGHIJ ; les droites (AB) et (CD) se coupent en O'' centre de l'hexagone BCIKLM.

Les droites (O'Pf1) et (AD) se coupent en G ; les droites (GPfg) et (BC) se coupent en H ; les droites (GO') et (FC) se coupent en J.

Les droites (JPfd) et (ED) se coupent en I.

Les droites (IJ) et (EB) se coupent en M ; les droites (AB) et (GJ) se coupent en K ; les droites (KPfd) et (CD) se coupent en L.