

Exercice 1 OCM

1. Le centre de l'ellipse a pour coordonnées (2 ; 1) et les demi axes sont $a \approx 2,8$ et $b = 2$, donc réponse a).

2. On utilise le produit scalaire : on pose $AB = 1$; $AI = AJ = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$$\vec{AI} \cdot \vec{AJ} = (\vec{AB} + \vec{BI}) \cdot (\vec{AD} + \vec{DJ}) = \vec{AB} \cdot \vec{DJ} + \vec{BI} \cdot \vec{AD} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 ;$$

d'où $\vec{AI} \cdot \vec{AJ} = AI \times AJ \times \cos(\widehat{IAJ})$, d'où $\cos(\widehat{IAJ}) = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5}$. Réponse b).

3. La dérivée de cette fonction est $\frac{-2}{x^2}$ et le nombre dérivé en $x = 2$ est $\frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$. Donc le coefficient directeur de la tangente est $\frac{-1}{2}$, donc réponse b).

4. La fonction f est décroissante sur $]0 ; 2]$ et croissante sur $[2 ; +\infty[$, donc la dérivée est négative sur $]0 ; 2]$ et positive sur $[2 ; +\infty[$. C'est la réponse c).

5. On remplace x par les nombres proposés dans l'équation en utilisant la propriété : $\log(10^n) = n$. On trouve la réponse a).

Exercice 2

Partie A :

1. On factorise par x .

2. a) $f(x) = 0$ implique $x = 0$ ou $-x^2 + 7x - 11 = 0$. $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-11) = 5$; il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{5}}{2 \times (-1)} = \frac{7 + \sqrt{5}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-7 + \sqrt{5}}{2 \times (-1)} = \frac{7 - \sqrt{5}}{2}. \text{ Or } \frac{7 + \sqrt{5}}{2} > 4, \text{ donc les solutions sur } [0 ; 4]$$

sont 0 et $\frac{7 - \sqrt{5}}{2} = x_E$.

b) On place le point E.

3. Signe de $-3x^2 + 14x - 11$: $\Delta = 14^2 - 4 \times (-3) \times (-11) = 64$; il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-14 - 8}{2 \times (-3)} = \frac{11}{3} \text{ et } x_2 = \frac{-14 + 8}{2 \times (-3)} = 1. \text{ Le trinôme est du signe de } a = -3, \text{ donc négatif sur }]-\infty ; 1] \text{ et sur } [\frac{11}{3} ; +\infty[\text{ et positif sur } [1 ; \frac{11}{3}].$$

4. La dérivée de la fonction f est $f'(x) = -3x^2 + 14x - 11$ dont on vient de trouver le signe.

D'où le tableau de variations :

$$f(1) = -5 \text{ et } f\left(\frac{11}{3}\right) = \frac{121}{27} \approx 4,48.$$

Partie B :

1. Tracé de D.

2. Le point A appartient à C car $f(4) = 4$ et ce point est aussi sur D car $g(4) = 4$.

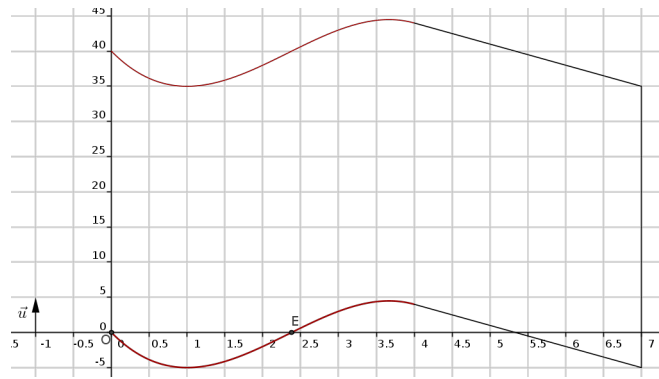
3. Le coefficient directeur de la tangente à C en A est $f'(4) = -3$ qui est aussi le coefficient directeur de la droite D.

4. Les coefficients directeurs de la tangente et de la droite D sont les mêmes et passent par le point A, donc ces deux droites sont confondues.

x	0	1	$\frac{11}{3}$	4	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	0		4,48		4

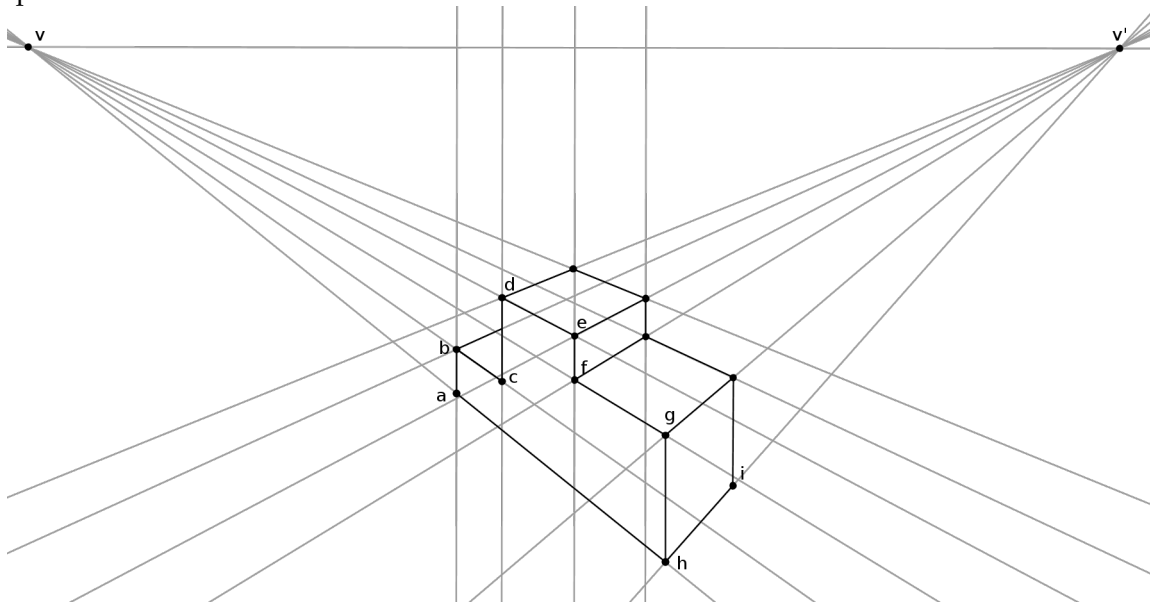
Diagramme de variations : des flèches indiquent que la fonction $f(x)$ décroît de 0 à -5 entre $x=0$ et $x=1$, croît de -5 à 4,48 entre $x=1$ et $x=\frac{11}{3}$, et décroît de 4,48 à 4 entre $x=\frac{11}{3}$ et $x=4$.

Partie C : Construction :



Exercice 3

1. Perspective centrale :



2. a) les droites (OS) et (AB) sont parallèles, donc elles sont dans un même plan.

b) Le point B' est l'intersection des droites (OA) et (SB).

3. Construction : on construit les autres points du polygone représentant l'ombre par intersection d'une droite passant par S et un sommet de l'objet avec une droite passant par O et le projeté du sommet sur le plan du sol.

